ASTROFISICA DE ALTAS ENERGIAS

Emisiones no térmicas en radiofuentes compactas

R. TERLEVICH, J. FRANK Y J. R. ALBANO

Instituto de Astronomía y Física del Espacio, Buenos Aires Casilla de Correo 67 - Sucursal 28

Abstract: A formula for the X-ray flux from Compton-synchrotron emissivity is derived. The values of flux obtained for some radiosources taking the values of magnetic field derived from the assumption of equipartition of energy between the magnetic field and cosmic rays are well below the limits of sensitivity reached by recent measurements. However if the magnetic field is derived from the synchrotron auto-absorption theory, the values of the predicted flux are 10³ larger and they could be detected.

Introducción

De la observación de la forma de los espectros de radiofuentes se ha podido indagar sobre los procesos responsables de la emisión, así como se ha establecido que una gran cantidad de aquéllas presentan espectros característicos de emisiones no-térmicas, concretamente radiación de sincrotrón. Y dentro de las fuentes con estas características, hay algunas que presentan indicios de autoabsorción de sincrotrón, manifestándose principalmente en las llamadas radiofuentes compactas por sus diámetros angulares pequeños. De estas consideraciones podemos deducir que en estas fuentes hay electrones relativistas capaces de interactuar con la radiación universal de 3°K y producir fotones X y gama. Por otro lado siempre que en un objeto hay radiación de sincrotrón se producirá una radiación debido a la interacción de estos fotones con los mismos electrones, dando lugar a fotones de mayor energía que los de radio.

En el trabajo de Albano, Terlevich, Frank (1973), se han analizado las fuentes donde esta última radiación (llamada Compton-Sincrotrón) es preponderante a la Compton-cuerpo negro, habiéndose encontrado que esto ocurre principalmente en radio-galaxias y QSS (radiofuentes compactas). El objeto de este trabajo ha sido el de poder calcular los flujos Compton-Sincrotrón de cinco objetos para diez Kev con el objeto de poder comparar ese valor con los umbrales de detección de las técnicas actuales y saber de esta manera si este proceso debe o no ser desechado según las observaciones.

 Miembro de la carrera del Investigador Científico del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas y docente del Observatorio Astronómico de La Plata.

Dispersión Compton-Sincrotrón

Los efectos de la dispersión Compton de los electrones de alta energía pasando por un gas de fotones, en particular el generado por emisión tipo Sincrotrón por esos mismos electrones, ha sido tratado por varios autores, entre ellos: Felten y Morrison (1966), Jones (1968), Gould (1965), Blumenthal y Gould (1970), Albano, Terlevich, Fiank (1973). Si hacemos interactuar una distribución isotrópica de electrones con densidad numérica $dN_e = N_e(\gamma) d\gamma$ y de energía γmc^2 , con una nube isotrópica de fotones de densidad dn = n(ϵ) d ϵ , obtendremos un espectro Compton

$$\frac{dN_{fot}}{dt \, d\epsilon_1} = \iint N_e(\gamma) \, d\gamma \, \left(\frac{dN\gamma, \epsilon}{dt \, d\epsilon_1}\right) \qquad (1)$$

donde

 $\frac{dN\gamma,\epsilon}{dt d\epsilon_1}$ es el espectro por electrón, que es:

$$\frac{\mathrm{dN}\gamma,\epsilon}{\mathrm{dt}\,\mathrm{d}\epsilon_{1}} = \frac{\pi\,\mathrm{r_{o}^{2}\,c\,n(\epsilon)d\epsilon}}{2\,\gamma^{4}\,\epsilon^{2}} \times \left(2\,\epsilon_{1}\ln\frac{\epsilon_{1}}{4\gamma^{2}\epsilon} + \epsilon_{1} + 4\gamma^{2}\epsilon - \frac{\epsilon_{1}^{2}}{2\gamma^{2}\epsilon}\right) \qquad (2)$$

La integral se debe efectuar sobre γ y ϵ ; si tomamos una ley potencial para el espectro de electrones:

$$N_e(\gamma) = K_e \gamma^{-p} \quad \gamma_a < \gamma < \gamma_b$$
 (3)

El espectro Compton se puede expresar

N

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{N}_{t}}{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}\epsilon_{1}} = \frac{\chi}{2} \int_{\epsilon_{a}}^{\epsilon_{b}} \int_{\mathrm{max}}^{\gamma_{b}} \mathbf{F}\left(\gamma,\epsilon,\epsilon_{1}\right)\,\mathrm{d}\gamma$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{N}_{t}}{\epsilon_{a}} \int_{\mathrm{max}}^{\mathbf{F}} \left[\gamma_{a},\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (4)$$

 $\operatorname{con} \quad \frac{x}{2} = \frac{\pi r_o^2 c}{2}$

y
$$\mathbf{F}(\gamma, \epsilon, \epsilon_1) = \frac{\mathbf{n}(\epsilon)}{\epsilon^2 \gamma^4}$$

 $\left(2\epsilon_1 \ln \frac{\epsilon_1}{4\gamma^2 \epsilon} + \epsilon_1 + 4\gamma^2 \epsilon - \frac{\epsilon^2}{2\gamma^2 \epsilon}\right)$
(5)

BOL. Nº 18 - ASOC. ARG. DE ASTR.

donde $n(\epsilon)$ es la densidad de fotones de sincrotrón:

$$n(\epsilon) = \left[\frac{K_{\epsilon} e^{3} H^{\frac{p+1}{2}}}{mc^{3}} \left[\frac{3e}{4in\pi c}\right]^{\frac{p-1}{2}} a(p) h^{\frac{p-3}{2}} \times \int \frac{dV}{r^{2}} \right]^{\epsilon^{-\frac{p+1}{2}}}$$
(6)

Se demuestra que a diferencia de otras interacciones Compton, la sincrotrón-Compton no tiene un espectro plano y potencial (aunque el espectro de electrones lo sea) y esto es una particularidad debida por un lado a los cortes impuestos en la distribución de electrones y a que no son independientes los espectros de fotones de baja energía y de electrones; sino más bien un espectro que para:

$$4 \gamma_{a}^{2} \epsilon_{b} \cong \epsilon_{1} \cong 4 \gamma_{b}^{2} \epsilon_{p+1}$$

tiene la forma ϵ_1 pero esto es un punto del espectro o bien una zona muy angosta; y luego para bajas energías tiene una disminución logarítmica de la pendiente y para altas energías tiene un aumento de ésta (ver Apéndice). La expresión final para el espectro resulta:

$$\frac{\mathrm{dN}_{t}}{\mathrm{dt}\,\mathrm{d}\epsilon_{1}} = \pi r_{0}^{2} \mathrm{cK}_{e}^{2} \mathrm{G}(\mathbf{p}) \ \epsilon_{1} \qquad \frac{\mathbf{p}+1}{2} \ln \left(\frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}}\right) \ e^{3} \mathrm{H}^{\frac{\mathbf{p}+1}{2}}$$
$$\left(\frac{3e}{4\pi\mathrm{mc}}\right)^{\frac{\mathbf{p}-1}{2}} \times \mathbf{a}(\mathbf{p}) \ \frac{\mathrm{h}^{\frac{\mathbf{p}-3}{2}}}{\mathrm{mc}^{3}} \int \frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{r}^{2}} \times \mathrm{F}\left(\ln\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon_{1}^{*}}\right) \ (7)$$

Autoabsorción de sincrotrón

La mayoría de los objetos en los cuales el mecanismo Compton-sincrotrón es determinante, presenta la particularidad de que su espectro tiene una brusca caída en la zona de bajas frecuencias de radio; generalmente alrededor de 10⁸ Hz presenta el máximo de flujo. Varias interpretaciones se le puede dar a esto; digamos las cuatro principales:

- i) Autoabsorción de sincrotrón.
- ii) Efecto Razin-Tzitovich.
- iii) Corte en el espectro de energía de los electrones.
- iv) Absorción térmica.

De las observaciones y de la plausibilidad de los parametros físicos deducidos, a partir de ciertas hipótesis sobre los QSS, se deduce y es actualmente aceptado que se debe fundamentalmente a autoabsorción de sincrotrón: Hornby y Williams (1966). El conocimiento del máximo de flujo y su frecuencia correspondiente, además del diámetro angular, nos permite, sin más hipótesis que isotropía y homogeneidad en la densidad electrónica y campo magnético, la deducción del valor de este último. La expresión que los liga es

BOL. Nº 18 - ASOC. ARG. DE ASTR.

$$[H] [\phi] \\ H\phi^{-4} - 1,7 \times 10^{-27} \frac{f^{3}}{S^{2}} [f] \\ [S]$$

Como puede observarse, el error producido en la estimación de los diámetros angulares influye grandemente en la estimación del campo.

Flujo emitido

El flujo Compton-Sincrotrón puede expresárselo en función de diferentes parámetros de la fuente:

$$F_{x} = f(p) H^{\frac{p+1}{2}} K_{e^{2}} \ln \frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}} \phi^{4} z^{2} \frac{p+1}{\epsilon_{1}}$$
(9)

donae

z = corrimiento a' rojo

$$t(p) = 1,2 \times 10^{20} (8,35 \times 10^{-6})^{p} a(p) \times \frac{p^{2} + 4p + 11}{(p+3)^{2} (p+1) (p+5)}$$

Esta expresión es válida en los entornos de

$$\epsilon_{cs} \cong 4 \gamma_{a}^{2} \epsilon_{b} \cong 4 \gamma_{b}^{2} \epsilon_{a} = \frac{16\pi}{3} \frac{hmc}{eH} f_{1} f_{2} \qquad (10)$$

Fuera del mismo es necesario usar una corrección cuya expresión se encuentra en el Apéndice.

De la lista de objetos presentados en Albano, Terlevich, Frank (1973) se han seleccionado aquellos cuyos parámetros físicos asegurarían una mayor emisión Compton-sincrotrón, y aplicando las expresiones anteriores hemos calculado el flujo para ϵ_{cs} y el flujo en 10 Kev. De esta manera podemos estimar la posibilidad de detección de dicha radiación según las técnicas actuales. Los objetos analizados son:

3C48: Se han considerado dos componentes de las cuales la de menor diámetro emite el 60 % de la radiación. Los parámetros utilizados son los siguientes:

- a) p = 2.6, $H = 7.8 \times 10^{-4}$ gauss, $K_e = 1.54 \times 10^{-3}$ cm⁻³, $\varphi = 1$ seg z = 0.367, $f_1 = 10^7$ Hz, $f_2 = 10^{14}$ Hz
- b) p = 2.6, $H = 9.10^{-3}$ gauss, $K_e = 9.7 \times 10^{-2}$ cm⁻³ z = 0.367, $f_1 = 10^7$ Hz, $f_2 = 10^{14}$ Hz, $\varphi = 0.035$ seg

3C147: También en este caso hemos considerado las dos componentes por separado, adoptando el criterio de usar el mismo índice espectral para ambas. Los parámetros utilizados fueron:

a)
$$p = 2.5$$
, $H = 3.4 \times 10^{-4}$, $K_0 = 1.87 \times 10^{-4}$,
 $\varphi = 2$ seg, $z = 0.545$, $f_1 = 10^7$ Hz, $f_2 = 10^{14}$ Hz.

65

b)
$$p = 2.5$$
, $H = 3.2 \times 10^{-2}$ gauss,
 $K_e = 8.10^{-1} \text{ cm}^{-3}$, $\phi = 7.10^{-3} \text{ seg}$, $z = 0.545$

Jet M87:

$$p = 2,5, H = 6.10^{-4}$$
 gauss, $K_{e} = 9,510, \phi = 22$ seg

Los resultados obtenidos para estos 3 objetos pueden sintetizarse en el siguiente cuadro

TABLA 1

Flujos obtenidos para los objetos considerados

Objeto

$$\epsilon_{e_8}(Kev)$$
 F_{e_8}
 $F_{10 \ Kev}$
 H_e *
 H_a

 3C48
 a
 5
 1,5.10⁻⁸
 1,44.10⁻⁸
 8.10⁻⁴

 b
 0,43
 1,3.10⁻⁷
 1,04.10⁻⁷
 9.10⁻⁸
 10^{-4.6}

 3C147
 a
 11,5
 4,4.10⁻¹⁰
 4,2
 .10⁻¹⁰
 3,4.10⁻⁴

 b
 0,12
 2,7.10⁻⁸
 1,95.10⁻⁸
 3,2.10⁻²
 10^{-4.9}

 Jet
 M87
 6.5
 6,6.10⁻⁹
 6,4
 .10⁻⁹
 6.10⁻⁴

* H medido por equipartición

† H. medido por autoabsorción

Conclusiones

Los fluios obtenidos en la tabla 1 han sido calculados con el valor de H deducido de la hipótesis de equipartición entre la energía de las partículas cargadas y energía del campo magnético. Los flujos así obtenidos resultan muy por debajo de los límites de detectabilidad alcanzados por los experimentos más modernos. En el caso de detectarse un flujo de rayos X superior al predicho por el efecto Comptonsincrotrón, la conclusión más inmediata sería que este proceso no es el responsable de la emisión X observada. Sin embargo, analizando la dependencia del flujo de rayos X de los parámetros sísicos de la fuente, se nota que es pro-

porcional a $K_e^2 H^{\frac{p+1}{m}}$. Teniendo en cuenta que de acuerdo

a la teoría sincrotrón es $F_v \sim K_e H^2$ se deduce que para para un flujo de radio dado la emisión Compton-Sincrotrón es proporcional a Ke. La única forma de deducir el valor de esta constante es a través de la fórmula antes mencionada, en la cual es necesario efectuar alguna hipótesis que permita determinar el valor del campo magnético (la más usual de ellas es la de equiparticióv de la energía). Ahora bien, existen numerosos indicios de que esta hipótesis puede no ser adecuada para todos los casos. De hecho, la teoría de autoabsorción de sincrotrón predice valores de campo magnético hasta dos órdenes de magnitud inferiores a los previstos por la equipartición. Si estos valores fuesen los reales el K_e necesario para tener el flujo observado debería ser más de tres órdenes superior al que resulte de la hipótesis de equipartición. Por consiguievte el flujo de rayos X originados en el efecto Compton-sincrotrón podría ser superior a los valores dados en la tabla 1 en el mismo factor y por consiguiente en algunos casos accesible a la observación. Como se comprende es necesario analizar cuidadosamente el valor del campo magnético supuesto para decidir

acerca de la naturaleza del proceso físico que da origen a la radiación X observada.

Apéndice:

La integral a resolver es:

$$\frac{d\mathbf{N}_{t}}{dt \, d\epsilon_{1}} = \frac{\mathbf{\chi}}{2} \int_{\epsilon_{\mathbf{a}}}^{\epsilon_{\mathbf{b}}} \int_{\mathbf{max}}^{\gamma_{\mathbf{b}}} \frac{\mathbf{F}(\gamma, \epsilon, \epsilon_{1}) \, d\gamma}{\left[\gamma_{\mathbf{a}}, \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right]}$$
(A1)

Definimos los siguientes límites de integración (ver figura 1)

$$\epsilon' = \begin{cases} \epsilon_{a} & 4\gamma_{a}^{2}\epsilon_{a} \leqslant \epsilon_{1} \leqslant 4\gamma_{b}^{2}\epsilon_{a} \\ \epsilon_{1}/4\gamma_{b}^{2} & 4\gamma_{b}^{2}\epsilon_{a} \leqslant \epsilon_{1} \leqslant 4\gamma_{b}^{2}\epsilon_{b} \end{cases}$$
$$\epsilon'' = \begin{cases} \epsilon_{1}/4\gamma_{a}^{2} & 4\gamma_{a}^{2}\epsilon_{a} \leqslant \epsilon_{1} \leqslant 4\gamma_{a}^{2}\epsilon_{b} \\ \epsilon_{b} & 4\gamma_{a}^{2}\epsilon_{b} \leqslant \epsilon_{1} \leqslant 4\gamma_{b}^{2}\epsilon_{b} \end{cases}$$
(A2)

Dentro del rango de ϵ_1 comprendido entre $4\gamma_b^2 \epsilon_a$ y $4\gamma_b^2 \epsilon_b$ se cumple que:

$$\epsilon_{B}\leqslant\epsilon'\leqslant\epsilon''\leqslant\epsilon_{B}$$

Por lo tanto es posible efectuar la separación:

$$\frac{\mathrm{dN}_{t}}{\mathrm{dt}\,\mathrm{d}\epsilon_{1}} = \frac{\chi}{2} \left\{ \int_{\epsilon_{a}}^{\epsilon'} \mathrm{d}\epsilon \int_{\mathrm{max}\left[- \right]}^{\gamma_{b}} \mathrm{F}\,\mathrm{d}\gamma + \int_{\epsilon''}^{\epsilon'} \mathrm{d}\epsilon \int_{\mathrm{max}\left[- \right]}^{\gamma_{b}} \mathrm{F}\,\mathrm{d}\gamma + \int_{\epsilon''}^{\epsilon_{b}} \mathrm{d}\epsilon \int_{\mathrm{max}\left[- \right]}^{\gamma_{b}} \mathrm{F}\,\mathrm{d}\gamma \right\} = \frac{\chi}{2} \left\{ \mathrm{I}_{3} + \mathrm{I}_{1} + \mathrm{I}_{2} \right\} \quad (A3)$$

Demo_traremos que $I_3 = 0$

Si
$$4\gamma_{a}^{2}\epsilon_{a} \leqslant \epsilon_{1} \leqslant 4\gamma_{b}^{2}\epsilon_{a}$$
 $\epsilon' = \epsilon_{a} \text{ y } I_{3} = 0$
Si $4\gamma_{b}^{2}\epsilon_{a} \leqslant \epsilon_{1} \leqslant 4\gamma_{b}^{2}\epsilon_{b}$ es $\epsilon' = \frac{\epsilon_{1}}{4\gamma_{b}}$

Mostraremos que $\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \ge \gamma_b \gg \gamma_a$; por lo tanto I₃ se

anula también en este rango de ϵ_1

$$\min\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\max\left[\epsilon\right]}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon^{\prime}\left(\epsilon_{1}\right)}\right)^{\frac{1}{2}} = \gamma_{b} \qquad (A4)$$

Entonces

$$\frac{dN_{t}}{dt d\epsilon_{1}} = \frac{\chi}{2} \left\{ I_{1} + I_{2} \right\} - \frac{\chi}{2} \int_{\epsilon}^{\epsilon''} \frac{\epsilon''}{d\epsilon} \times \int_{\max[]}^{\gamma_{b}} F d\gamma + \int_{\epsilon''}^{\epsilon_{b}} \int_{\max[]}^{\gamma_{b}} F d\gamma \qquad (A5)$$

BOL. Nº 18 - ASOC. ARG. DE ASTR.

Dividimos el rango de ϵ_1 en tres partes, a saber:

Energía baja
$$4\gamma_a^2 \epsilon_a \leqslant \epsilon_1 \leqslant 4\gamma_a^2 \epsilon_b$$
Energía intermedia $4\gamma_a^2 \epsilon_b \leqslant \epsilon_1 \leqslant 4\gamma_b^2 \epsilon_a$ Energía alta $4\gamma_b^2 \epsilon_a \leqslant \epsilon_1 \leqslant 4\gamma_b^2 \epsilon_b$

El rango de energía intermedia representa la zona de validez de los resultados de Blumenthal y Gould (1970) aplicados sin modificaciones.

Consideremos los tres rangos separadamente:

Energía baja:

$$\frac{dN_{t}}{dt d\epsilon_{1}} = \frac{x}{2} \int_{\epsilon_{a}}^{\frac{\epsilon_{1}}{4\gamma_{a}^{2}}} \int_{\epsilon_{a}}^{\gamma_{b}} F d\gamma + \frac{x}{2} \int_{\epsilon_{b}}^{\epsilon_{b}} \int_{\epsilon_{b}}^{\gamma_{b}} F d\gamma \quad (A6)$$

$$\epsilon_{a} = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\epsilon_{1}}{4\gamma_{a}^{2}} \gamma_{a}$$

Calculemos el

Si

$$\max\left[\gamma_{a},\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$\min\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\max[\epsilon]}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \frac{1}{2}\left(\epsilon_{1} \cdot \frac{4\gamma_{a}^{2}}{\epsilon_{1}}\right)^{\frac{1}{2}} = \gamma_{a} \qquad \text{para } I_{1}$$

por lo tanto

$$\max \left[\gamma_{a}, \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Si
$$\max \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\min[\epsilon]} \right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \frac{1}{2} \left(\epsilon_{1} \cdot \frac{4\gamma_{a}^{2}}{\epsilon_{1}} \right)^{\frac{1}{2}} = \gamma_{a} \qquad \text{para } I_{2}$$

Resulta

$$\max\left[\gamma_{a},\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right]=\gamma_{a}$$

Energías intermedias:

$$\frac{dN_{t}}{dt d\epsilon_{1}} - \frac{\chi}{2} \int_{\epsilon_{a}}^{\epsilon_{b}} \int_{F d\gamma}^{\gamma_{b}} I_{2} = 0 \quad (A7)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$$

BOL. Nº 18 - ASOC. ARG. DE ASTR.

Calculemos nuevamente

Si

$$\max \left[\gamma_{a_{3}} \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{1}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$\min \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\min[\epsilon_{1}]}{\max[\epsilon]} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{4 \gamma_{a}^{2} \epsilon_{b}}{\epsilon_{b}} \right)^{\frac{1}{2}} = \gamma_{a} \quad \text{para } I_{1}$$
Entenant couples

Entonces resulta

$$\max\left[\gamma_{a},\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\gamma_{i}}\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\gamma_{i}}$$

Altas energías:

$$\frac{\mathrm{dN}_{t}}{\mathrm{dt}\,\mathrm{d}\epsilon_{1}} = \frac{\chi}{2} \int d\epsilon \int F \,\mathrm{d}\gamma_{b} \qquad l_{2} = 0 \qquad (A8)$$

$$\frac{\epsilon_{1}}{4\gamma_{b}^{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Repitiendo el procedimiento anterior tenemos que

o bien

$$\begin{pmatrix} 4 \frac{\gamma_b^2 \epsilon_a}{\epsilon_b} \end{pmatrix}^{\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \leq \gamma_b$$

$$\gamma_b \left(\frac{\epsilon_a}{\epsilon_b} \right)^{\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \leq \gamma_b$$

Entonces

$$\min\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \gamma_{b}\left(\frac{\epsilon_{a}}{\epsilon_{b}}\right)^{\frac{1}{2}} = \gamma_{a}\left(\frac{\gamma_{5}^{2}\epsilon_{a}}{\gamma_{a}^{2}\epsilon_{b}}\right) > \gamma_{a}$$

O sea que
$$\max\left[\gamma_{a}, \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Todos estos resultados pueden visualizarse en la figura 1. La expresión final para los distintos rangos es: Energías bajas:

$$\frac{\mathrm{dN}_{t}}{\mathrm{dt}\,\mathrm{d}\epsilon_{1}} = \frac{\chi}{2} \operatorname{G}(p) \epsilon_{1}^{-\frac{p+1}{2}} \ln\left(\frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}}\right) \operatorname{F}_{b}\left(\ln\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon_{1}^{\bullet}}\right) \quad (A9)$$

$$\operatorname{F}_{b}\left(\ln\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon_{1}^{\bullet}}\right) = \frac{\ln\left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon_{1}^{\bullet}}\right)}{\ln\left(\frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}}\right)} + \frac{1}{\ln\left(\frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}}\right)} + 1$$

$$\operatorname{In}\left(\frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}}\right)$$

$$\epsilon_{1}^{\bullet} = 4\gamma_{a}^{2}\epsilon_{b}$$

67

Fnergias intermedias

Energías altas

$$\frac{dN_{t}}{dt d\epsilon_{1}} = \frac{\chi}{2} \int_{\epsilon_{a}}^{\epsilon_{b}} \int_{\epsilon_{a}}^{\gamma_{b}} \frac{-\frac{p+1}{2}}{F d\gamma} = \frac{\chi}{2} G(p) \epsilon_{1} \ln \frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}} \qquad (A10)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\mathrm{dN}_{t}}{\mathrm{dt}\,\mathrm{d}\epsilon_{\star}} = \frac{\chi}{2} G(p) \epsilon_{1}^{-\frac{p+1}{2}} F_{\Lambda} \left(\ln \frac{\epsilon_{1}^{**}}{\epsilon_{1}} \right) \ln \left(\frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}} \right)$$

$$\ln \left[\frac{\epsilon_{1}^{**}}{\epsilon_{1}} \right] + 1 \qquad (A11)$$

$$F_{\Lambda} = \frac{1}{\ln \left[\frac{\epsilon_{b}}{\epsilon_{a}} \right]} \epsilon_{1}^{**} = 4\gamma_{b}^{2} \epsilon_{a}$$

۰.



Figura 1: Regiones de integración para I1 e Is.

REFERENCIAS

Albano, J.; Terlevich, R.; Frank, J. 1973: en prensa en Astrophysics and Space Science.
Blumenthal and Gould, R. - 1970: Rev. of Mod. Phys. 42, 2, p. 237.

Gould, R., 1965: Phys. Rev. Letters, 15, 511, p. 577.

Felten and Morrison, P. - 1966: Ap. J. 146, 3, p. 686.
Hornby M. and Williams, P., 1966: Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 131, 3, p. 237.
Jones, F., 1968: Phys. Rev. 167, 5, p. 1159.



Figura 2: Curvas de corrección de flujo para bajas y altas energías.